新　ｉＮＡＲＴＥ受験対策問題集

【受験対策編】　上巻

第３版

中部エレクトロニクス振興会

新　ｉＮＡＲＴＥ受験対策問題集

はじめに

ｉＮＡＲＴＥの資格制度は、ＥＭＣに関する実務に携わる技術者を対象にした国際的な資格です。現在日本では、この資格を有する技術者はエンジアとテクニシャンを合わせて１０００名を越えています。ＥＭＣに関する実務者の多くがこの資格を持つようになっております。

この資格を持つことは、ＥＭＣサイトを立ち上げる場合に評価される傾向にあり、測定結果の信頼性を評価する手段として、資格保有者の有無の問い合わせがある場合もあります。また、最近は企業の技術レベルの評価の指針として利用しようとする動きもあります。

このような観点から、ｉＮＡＲＴＥの受験を希望している技術者に対して、受験案内ともなる問題集を作成しました。ｉＮＡＲＴＥの資格試験は、数学や物理学などの基礎知識、電磁気学、アンテナ、電波伝搬、電気回路、電子回路、フィルタ、電気計測などの電気工学基礎一般に加えて、ＥＭＣの実務に関する能力や国際的な規格に関する知識などが幅広く問われます。試験は、オープン・ブック方式ですが、当該時間内に規定の問題をすべて解くことは時間的に難しく、効率よく解を求めることが必要になります。本書では予想されるレベルの問題、約２０００問の解説を行っています。多くの問題に接することにより、出題されるであろう問題の解法に習熟されることを祈念します。

２０２２年７月１０日

著　者

目　次

問題文および式の表現について

対数について

自然対数は ln を、常用対数は log を用いて表す。

ネイピア数（自然対数の底）について

ネイピア数は、e を用い記載する。（一部問題では ε を用い、また指数関数として exp で表現しているものがある）

規格に関する問題について

規格問題については過去の出題傾向を鑑み、全てが最新版に対する問題でないことに注意を要する。

特定の版に対する問題については、出題文に版か規格出版年を記載している。

iNARTE の問題文の特性上、非 SI 単位への慣れも必要であるため、長さについて一部問題では非 SI 単位系の inch(インチ: 2.54cm)や mil(ミル：0.001 inch)を用いている。

1. iNARTE資格とは

International Association for Radio, Telecommunications and Electromagnetics
(国際無線通信電磁気協会)

1．1　資格形成の経緯と日本への導入

～1980年	電波障害問題の対策技術
	無線通信技術者が対応
	EMCの特殊性から専門技術者が独立
1982年	NARTE発足、FCCから制度委譲
	無線および通信分野の技術者認定制度
1988年	EMC分野に技術者資格認定制度発足
1990年	日本人で最初の合格者
1998年	KECが資格制度についてNARTEと契約
1998年	第一回資格試験を実施
2013年	日本での合格者数が1000名を超える
2015年～	合格者数が低迷

1．2　資格の効用

iNARTEの資格制度
- EMCに関する実務に携わる技術者を対象
  - 国際的な資格
- 有資格者が存在すること
  - EMCサイトを立ち上げる場合に評価
- 測定結果の信頼性を評価する手段
  - 資格保有者の有無の問い合わせがある
- 最近は企業内の技術レベルの評価
  - 資格の有無を指針として利用
- 資格保有者は高度なレベルのEMC技術者の証拠
  - 就職への動機付けとなる

1．3　受験資格と区分

Engineer
- EMCの専門的知識・経験を持ち、自ら企画・創造できること
- 数学と物理にも精通していること、EMCの特定分野の任務を持つこと(設計・開発、材料試験、仕様書等の作成、研究調査)
- 集団を統率し、技術的・技能的任務の遂行

Technician
- EMCの専門的知識・経験を持ち、企画書に基づいた業務
- 測定機器の扱、測定方法に熟知していること
- 三つ以上の規格に基づいた測定試験の実施できる資格がある
- 試験装置などの故障に対して、自ら修復あるいは原因の特定
- 理論に基づく規範書に従って行動ができる

受験資格の詳細はKECのホームページ参照のこと

1．4　試験の範囲(1)

基礎理論

電気の基礎	複素数、dB、三角関数、S行列
電磁波の基礎	電磁波、電波伝搬、アンテナ
回路の基礎	回路の扱い、過渡現象、フィルタ
分布定数理論	進行波、共振、反射、定在波
伝送線路	同軸線路、導波管、共振器
波形伝送	フーリエ級数、ラプラス変換、
通信方式	変調(AM、FM)、復調、波形歪み

1．5　試験の範囲 (2)

EMCに関する問題

障害の発生	伝導障害、電磁波障害、静電気放電
障害対策	遮蔽、フィルタ、接地、対策部品
障害の計測	電磁波計測、計測場所、計測機器
電子回路設計	プリント基板、コモン・モード、筐体
規格	IEC、CISPR、FCC、IEEE、MIL、
生体影響	IEEE C95．1／1999、2005
安全、品質管理、倫理観	
用語	EMCに関する国際機関、機器など

1．6　試験問題の出題頻度(予想)

分類	出題頻度
物理、数学の基礎	○
EMCの基礎(dB、周波数の扱いなど)	◎
電気工学の基礎(電磁気、電気回路など)	●
伝送回路、伝送線路、周波数、波形	◎
電磁波とアンテナ、電波伝搬	●
電子回路とノイズ	○
EMC実務(設計、対策、測定)	◎
EMCに関する規格とその適用	●
生体影響と安全	△
用語の説明	△

1．7　iNARTE試験の概要

日本における試験は年に一回(11月の予定)
- KECがiNARTEに代わって試験を代行
- 日本語で行う(問題は英語でアメリカから送付)
- 問題数は50問、午後4時間、回答は4者択一
- 70点(100点満点)以上で合格
- 試験は全ての範囲から万遍なく出題
- 試験はオープン・ブック方式(参考資料持込可)
- 関数電卓は絶対に必要
- 試験会場は東京・名古屋・大阪の予定
- 詳細はKECのホームページを参照のこと

試験に合格するために

1．8　本問題集の特徴

iNARTE資格試験に出題を予想される問題
- 全部で約2，000問の全てに解答をつける
- 問題の範囲、問題のレベルを考慮
- 今後の出題が見込まれる問題
- 電卓の使用が要求される問題
- 知識の暗記または出典が問われる問題
- EMCに関する経験が要求される問題
- 国際的な規格の理解度を要求される問題

解答に要する時間の目安を考慮
- 4時間で50問の解答を行う時間配分の必要性
  - 35問以上が正解であればよい
- 1問あたり平均5分以下で回答する訓練
- 長時間の緊張の持続に耐えられること

1．9　基本の勉強

基礎学力を確実に習得すること
- 特に電磁気については、理解を深めること
  - EMC現象は電磁気の理解が不可欠
  - 電気(電流、電磁波)の流れのイメージ化
- 物理的な思考が訓練されていること

数値計算の習熟
- EMC問題は具体的な数値解が求められる
  - 関数電卓の使用方法に精通していること
  - 単位系、桁数の扱いに慣れていること

1．10　問題の解答

問題は二種類しかない
- 自分の解ける(知っている)問題
  - 正確に解く事ができる、解いたことがある
  - 解けるような気がする
- 自分の見たことの無い問題
  - 論理的に解ける、全く解く事ができない
  - 知らない内容の理解が試される

自分の解ける(知っている)問題
- 知識を増やすことは、無限の労力が必要

自分の見たことの無い問題
- 知らない問題に対処する能力は理論的な手段

1．11　解答の仕方

試験問題50問から35問以上に正確な解答
- 50問全てを解く必要はない
- 7割程度の正答率(皆が解ける)の問題は確実に解く

難問、奇問を解く必要はない
- 自分の解ける問題を選ぶ
  - 誰でも解ける問題を確実に解く
  - 決められた時間内に解く
- 数値計算は正確に

新しい(自分にとって)問題に対処する能力
- 理論的にアプローチができる

1．12　知識の精度を上げること

問題を解いたとき
- 練習ではたまたま答えが合った
  - うろ覚えの知識あるいは山勘
- 時間が経って勉強した結果
  - 同じ問題に正しい答えが導けない
  - 知識の精度は上がったが、80%程度
- 問題を自信を持って回答
  - 知識の精度が100%となる努力

重要なことは、勉強を積み重ねることによって
- 80%の知識を100%の精度にすること
- 新しい知識のためではない

1．13　未知の問題への対処

自分の頭で考えて判断する
- 過去の知識に頼ろうとすると解けない
  - 知らない問題だから

原理、原則に従った解決策
- 難しい(複雑な)関係式を覚える必要は無い
  - 基本的な公理・定理の組み合わせ

検討した結果は、物理現象に反しないか
- しっかりした基本に基づいて考察
  - エネルギーが作り出されることは無い
  - 単位系を間違えていないか
  - 桁の接頭語などの扱いは間違いないか

1．14　用いる法則の整理

出題者が何を求めることを要求しているか
- 出題の意図を正しく理解すること

用いる関係式を理解できているか
- アンペアか、ファラデーか、ガウスかなど

間違いを起こす可能性は何か
- 意図的に間違いを起こさせようとしているか
  - 解答に必要のない記述に惑わされない
- 問題を自分に都合のよいように勝手に解釈しない
  - 単位、桁数、定数、m↔inchなど

1．15　記憶を整理するために

勉強の終わった後で目次を復習
　場合によっては、目次を作り変える
自分に合った索引を作る
　何箇所かで同じ単語が引用されている場合
　　非常に重要な知識と考える
　　　例えば、アンテナ利得
　　　　電磁気、アンテナ、電波伝搬、回線設計、測定、
　　　　アンテナ校正、
　　　　アンテナ利得の表現（利得、実効長）
明日の計画より、今日の反省
　繰り返すことによって、記憶される

1．16　索引資料の作り方

キーワードを網羅していること
　索引だけでなく、分野ごとの色分けした付箋を付ける
　複数の分野からの検索を容易にすること
　検索を迅速に行うことを可能にすること
　模擬試験の問題とキーワードの関連をはっきりさせること
　関連するキーワードは、まとめて検索できる
キーワードには数値例を付け加える
　定義、関係式、数値例、場合よっては例題を記入すること
物理定数などの表の作成
　単位系の整理とその変換表、接頭語（べき乗）の整理、
　物理定数一覧表、

1．17　問題解決のために

何が問題なのか
　何を論じ、何を解決するのか
解決に必要なものは何か
　物理現象を記述する規則は何か
　どの規格を引用する必要があるか
具体的に事象を適用する
　問題の図式化、計算式の適用、
　計算を進める
結論は妥当か（数値、桁数、単位、表現）
　問題を解決しているか
　要求事項と異なっていないか

1．18　回答の問題点

選択肢の中に不適合なものは無いか
　単位系
　　SI単位系か、ヤード・ポンドか
　極端な数値
　　接頭辞と桁数に注意
　　　M(10^6)かm(10^{-3})、P(10^{15})かp(10^{-12})
　真値（線形表示）とdB（対数）表示
　物理的に考えられない極端な数値ではないか
　回答は否定で要求されていないか

1．19　問題集の利用方法

重要問題
　初めに記述してある内容は、重要な内容や問題
　出題されそうな項目が説明されている。
　問題の重要性を認識して回答をすることが望ましい。
回答の結果
　完全に理解して、回答できた問題　　A
　理解度が不十分だと思われる問題　　B
　全く理解できていないと思われる問題　　C
　のように分類して、B項目を完全に理解するように努力する
規格等に関する問題
　全てを理解、暗記することは、短時間では無理がある。
　記述されている場所に付箋などをつけて引用を容易にすること。

1．20　規格等の理解

出題が予想される規格書はできるだけ揃える
　IEC61000－4－x （JISにあり）
　IEC60601－ （JISにあり）
　CISPR　11，14，16，32，35など
　FCC　Pt15，Pt18 （ダウンロード可）
　MIL　461／G （ダウンロード可）
　ANSI　C63．x
　IEEE　C95．1
　ICNIRP
　ITU－T
　IEC　17025 （JISにあり）
一度は目を通しておくこと

1．21　試験当日の心得

自宅で解けた問題が当日解けるとは限らない
　落ち着いて問題に取り組むこと
　解けた問題も3回は見直すこと
　解いた過程は必ずメモして、チェックの時に利用すること
　不注意なミスにはくれぐれも注意すること
　単純な思い込みに注意すること
解答に要する時間配分には十分に留意すること
　多くの受験者は時間が不足に悩まされている
選択肢の中にある異質な回答に注意する
　常識から逸脱した解答、単位系に注意する
　出題者の求めている意図を正確に理解する

1．22　まとめ

確実に解ける問題は、絶対に間違えない
　70%の人が解答できる問題は必ず解答する
　30%の人しか解けない問題は無理しない
　数値計算は正確に（桁などに注意）
　解答の各段階は正確、綺麗にメモしておく
　　後にチェックするとき利用する
　解答に要する時間の配分を間違えない
解答の選択肢の中には異質な回答の存在
　常識的な値から逸脱した解答（単位、数値）は除外
　求める値、手段は間違いないように

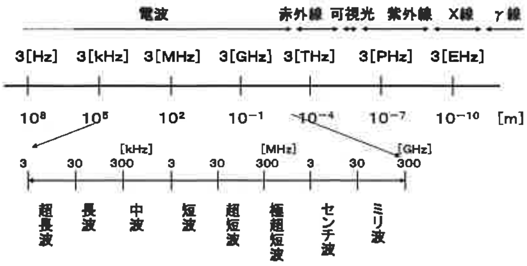
2. EMCの基礎

この章を学ぶ為に必要な知識

1. 周波数の分類、定義
2. 正弦波　　実効値、平均値
3. EMCに必要な数学の基礎　複素数、三角関数、対数の計算、微分、近似計算
4. ベクトル計算　ベクトル演算、発散、勾配、回転
5. 確率・統計
6. 論理回路

2. 1　電磁波の周波数

周波数



2. 2　電磁波の速度

光の速度に等しく、真空中では

c_0＝299, 792, 458[m／s]：定義

≒3×10^8[m／s]

＝9. 836×10^8[ft／s]

＝1. 863×10^5[mile／s]

＝1. 619×10^5[n. mile／s]

媒質中では速度が$1/\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$倍になる

μ_r：比透磁率

ε_r：比誘電率

2. 3　周波数と波長

電磁波の周波数をf[Hz]とすれば、その周波数の自由空間（真空中）の波長は

$\lambda=c_{0[m/s]}/f_{[Hz]}$　[m]

で与えられる。ただし、c_0は真空中の光の速度である。媒質の定数がε_r, μ_rの場合は、光の速度が

$v=c_0/\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$　[m／s]

となり、波長は

$\lambda=v/f$　[m]

である。

2. 4　複素数

交流回路の計算は、正弦関数を複素数で代表させる記号法が用いられる。虚数単位は電気工学ではjを用いる。（数学ではiを用いる）

複素数の表示

$j=\sqrt{-1}=\varepsilon^{j\pi/2}$　：虚数単位

$|j|=1$：虚数単位の大きさ

$z=x+jy=r\varepsilon^{j\theta}$　：複素数

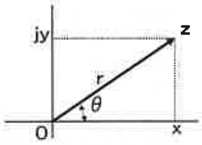
$x=\Re[z]=r\cos\theta$　：実数部

$y=\Im[z]=r\sin\theta$　：虚数部

$r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}$，：絶対値

$\theta=\arg[z]=\tan^{-1}y/x$

：位相角



2. 5　複素数の四則演算（1）

加減算

$z_t=z_1\pm z_2=(x_1+jy_1)\pm(x_2+jy_2)$

$=(x_1\pm x_2)+j(y_1\pm y_2)$

乗算

$z_t=z_1z_2=(x_1+jy_1)(x_2+jy_2)$

$=(x_1x_2-y_1y_2)+j(x_1y_2+x_2y_1)$

$=r_1r_2\varepsilon^{j(\theta1+\theta2)}$

除算

$z_t=z_1/z_2=(x_1+jy_1)/(x_2+jy_2)$

$=\{(x_1x_2+y_1y_2)+j(x_2y_1-x_1y_2)\}/(x_2^2+y_2^2)$

$=(r_1/r_2)\varepsilon^{j(\theta1-\theta2)}$

2. 6　複素数の四則演算（2）

共役複素数

$z_t=z^*=(x+jy)^*=(x-jy)$

$=r\varepsilon^{-j\theta}$

＊：共役複素数の記号

平方根

$z_t=\sqrt{z}=[\{\sqrt{(x^2+y^2)}+x\}/2]^{1/2}$

$+j[\{\sqrt{(x^2+y^2)}-x\}/2]^{1/2}$

$=\sqrt{r}\,\varepsilon^{j\theta/2}$

$\sqrt{\pm j}=(1\pm j)/\sqrt{2}=\varepsilon^{\pm j\pi/4}$

2. 7　複素数の等式

複素数の等式

$z=x+jy=0$、ということは、

$x=0$, $y=0$が同時に成立すること

であり、

$z=x+jy=\infty$　は、

$x=\infty$　あるいは、$y=\infty$

である。

$z_1=z_2$　ということは、$x_1=x_2$, $y_1=y_2$

である。

2. 8　実効値

実効値の定義は、Tを周期として、

$V_{eff}=\sqrt{(1/T)\int^{T}v^2(t)dt}$

波形が正弦波の場合は、

$v(t)=V_m\sin\omega t$

とすれば、ここでV_mは振幅あるいは最大値で

$V_{eff}=V_m/\sqrt{2}$

となる。波形が高調波を含む場合は、

$v(t)=V_0+V_1\sin\omega_1 t+V_2\sin\omega_2 t$

と展開して、

$V_{eff}=\sqrt{V_0^2+V_1^2/2+V_2^2/2}$

となる。

2. 9　平均値

平均値の定義は、正負対称の波形では、周期にわたって積分すると0になるので、半周期の平均を求める。

$V_{mean}=\{1/(T/2)\}\int^{T/2}v(t)dt$

波形が正弦波の場合は、

$v(t)=V_m\sin\omega t$

とすれば、

$V_{mean}=2V_m/\pi$

デューティ50%で振幅がAの矩形波では、

$V_{mean}=A/2$

となる。

2. 10　瞬時電力、平均電力、無効電力

正弦波電圧源が

$e(t)=E_m\sin(\omega t-\theta)$　[V]

で、与えられたときに回路を流れる電流は、

$i(t)=I_m\sin(\omega t-\theta-\phi)$　[A]

とすれば、瞬時電力は、

$p(t)=E_m I_m\sin(\omega t-\theta)\sin(\omega t-\theta-\phi)$

$=|E|\,|I|\{\cos(\phi)-\cos(\phi)\cos2(\omega t-\theta-\phi)\}$

$+|E|\,|I|\sin(\phi)\sin2(\omega t-\theta-\phi)$

特に第3項は無効電力[Var]を表す

$P_a=|E|\,|I|\cos(\phi)$　[W]:平均電力

2. 11　複素電力

回路に印加される電圧をV、流れる電流をI(いずれも複素数)とすれば、

|V|、|I|は実効値として

$P=|V|\,|I|$　[VA]　:皮相電力

$P_a=|V|\,|I|\cos\phi$　[W]　:平均電力または有効電力

$P_r=|V|\,|I|\sin\phi$　[Var]　:無効電力

$P_c=V^*I$　[VA]　:複素電力

ただし、

ϕ:電圧と電流の位相差

*:複素共役

2. 12　三角関数の倍角、半角定理

$\sin(x/2)=\pm\sqrt{\{1-\cos(x)\}/2}$

$\cos(x/2)=\pm\sqrt{\{1+\cos(x)\}/2}$

$\tan(x/2)=\sin(x)/\{1+\cos(x)\}$

$=\{1-\cos(x)\}/\sin(x)$

$\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$

$\cos(2x)=2\cos^2(x)-1=1-2\sin^2(x)$

$\tan(2x)=2\tan(x)/\{1-\tan^2(x)\}$

2. 13　三角関数と指数関数の関係

$\varepsilon^{jx}=\cos(x)+j\sin(x)$

$\varepsilon^{jnx}=\{\cos(x)+j\sin(x)\}^n$

$=\cos(nx)+j\sin(nx)$

$\varepsilon^{j2x}=\{1+j\tan(x)\}/\{1-j\tan(x)\}$

$\sin(x)=\{\varepsilon^{jx}-\varepsilon^{-jx}\}/j2$

$\cos(x)=\{\varepsilon^{jx}+\varepsilon^{-jx}\}/2$

2. 14　三角関数の加法定理

$\sin(x\pm y)=\sin x\cdot\cos y\pm\cos x\cdot\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x\cdot\cos y\mp\sin x\cdot\sin y$

$\tan(x\pm y)=(\tan x\pm\tan y)/(1\mp\tan x\tan y)$

$\sin x\pm\sin y=2\sin\{(x\pm y)/2\}\cos\{(x\mp y)/2\}$

$\cos x+\cos y=2\cos\{(x+y)/2\}\cos\{(x-y)/2\}$

$\cos x-\cos y=-2\sin\{(x+y)/2\}\sin\{(x-y)/2\}$

$\sin x\cdot\sin y=-(1/2)\{\cos(x+y)-\cos(x-y)\}$

$\cos x\cdot\cos y=(1/2)\{\cos(x+y)+\cos(x-y)\}$

$\sin x\cdot\cos y=(1/2)\{\sin(x+y)+\sin(x-y)\}$

2. 15　三角関数の冪乗

$\sin^2x=(-\cos2x+1)/2$

$\sin^3x=(-\sin3x+3\sin x)/4$

$\sin^4x=(\cos4x-4\cos2x+3)/8$

$\sin^5x=(\sin5x-5\sin3x+10\sin x)/16$

$\sin^6x=(-\cos6x+6\cos4x-15\cos2x+10)/32$

$\cos^2x=(\cos2x+1)/2$

$\cos^3x=(\cos3x+3\cos x)/4$

$\cos^4x=(\cos4x+4\cos2x+3)/8$

$\cos^5x=(\cos5x+5\cos3x+10\cos x)/16$

$\cos^6x=(\cos6x+6\cos4x+15\cos2x+10)/32$

2. 16　逆三角関数

$\sin^{-1}x = n\pi + (-1)^n \sin^{-1}x$
$= \cos^{-1}\sqrt{\{1-x^2\}}$
$= j\ln(-jx \pm \sqrt{\{1-x^2\}})$
$\cos^{-1}x = 2n\pi \pm \cos^{-1}x$
$= \sin^{-1}\sqrt{\{1-x^2\}}$
$= j\ln(x \pm j\sqrt{\{1-x^2\}})$
$\tan^{-1}x = n\pi + \tan^{-1}x$
$= \sin^{-1}(x/\sqrt{\{1+x^2\}})$
$= \cos^{-1}(1/\sqrt{\{1+x^2\}})$
$= (j/2)\ln\{(1-jx)/(1+jx)\}$

2. 17　複素数の三角関数

$\sin(jx) = j\sinh(x)$、$\sinh(jx) = j\sin(x)$
$\cos(jx) = \cosh(x)$、$\cosh(jx) = \cos(x)$
$\tan(jx) = j\tanh x$、$\tanh(jx) = j\tan(x)$
$\sin(x \pm jy) = \sin x\cosh y \pm j\cos x\sinh y$
$\cos(x \pm jy) = \cos x\cosh y \mp j\sin x\sin jy$
$\tan(x+jy) = (\tan x + j\tanh y)/(1 - j\tan x\tanh y)$
$|\sin(x+jy)| = \sqrt{\{\sin^2 x + \sinh^2 y\}}$
$|\cos(x+jy)| = \sqrt{\{\cos^2 x + \sinh^2 y\}}$
$\angle\sin(x+jy) = \tan^{-1}(\cot x\tanh y)$
$\angle\cos(x+jy) = -\tan^{-1}(\tan x\tanh y)$

2. 18　双曲線関数

$\sinh x = (\varepsilon^x - \varepsilon^{-x})/2$
$\cosh x = (\varepsilon^x + \varepsilon^{-x})/2$
$\tanh x = (\varepsilon^x - \varepsilon^{-x})/(\varepsilon^x + \varepsilon^{-x})$
$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
$1 - \tanh^2 x = 1/\cosh^2 x$
$\cosh x + \sinh x = \varepsilon^x$
$\varepsilon^{nx} = \cosh nx + \sinh nx$
$\sinh(jx) = j\sin x$
$\cosh(jx) = \cos x$
$\tanh(jx) = j\tan x$

2. 19　双曲線関数の倍角、半角

$\sinh(x/2) = \pm\sqrt{\{\cosh(x) - 1\}/2}$
$\cosh(x/2) = \sqrt{\{\cosh(x) + 1\}/2}$
$\tanh(x/2) = \{\cosh(x) - 1\}/\sinh(x)$
$= \sinh(x)/\{\cosh(x) + 1\}$
$\sinh(2x) = 2\sinh(x)\cosh(x)$
$\cosh(2x) = 2\cosh^2(x) - 1$
$= 1 + 2\sinh^2(x)$
$= \cosh^2(x) + \sinh^2(x)$
$\tanh(2x) = 2\tanh(x)/\{1 + \tanh^2(x)\}$

2. 20　2変数の双曲線関数

$\sinh(x \pm y) = \sinh x\cosh y \pm \cosh x\sinh y$
$\cosh(x \pm y) = \cosh x\cosh y \pm \sinh x\sinh y$
$\tanh(x \pm y) = (\tanh x \pm \tanh y)/(1 \pm \tanh x\tanh y)$
$\sinh x + \sinh y = 2\sinh\{(x+y)/2\} \cdot \cosh\{(x-y)/2\}$
$\sinh x - \sinh y = 2\cosh\{(x+y)/2\} \cdot \sinh\{(x-y)/2\}$
$\cosh x + \cosh y = 2\cosh\{(x+y)/2\} \cdot \cosh\{(x-y)/2\}$
$\cosh x - \cosh y = 2\sinh\{(x+y)/2\} \cdot \sinh\{(x-y)/2\}$
$\sinh x\sinh y = \{\cosh(x+y) - \cosh(x-y)\}/2$
$\sinh x\cosh y = \{\sinh(x+y) + \sinh(x-y)\}/2$
$\cosh x\cosh y = \{\cosh(x+y) + \cosh(x-y)\}/2$

2. 21　行列の演算

行列Xと行列Yの和と差は、次のように表される。

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{vmatrix}$$

$$Y = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix}$$

$$Z = X \pm Y = \begin{vmatrix} x_{11} \pm y_{11} & x_{12} \pm y_{12} \\ x_{21} \pm y_{21} & x_{22} \pm y_{22} \end{vmatrix}$$

行列の積

$$Z = XY = \begin{vmatrix} x_{11}y_{11} + x_{12}y_{21} & x_{11}y_{12} + x_{12}y_{22} \\ x_{21}y_{11} + x_{22}y_{21} & x_{21}y_{12} + x_{22}y_{22} \end{vmatrix}$$

2. 22　単位行列など

単位行列

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$AE = EA = A$

対角行列

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix}$$

零行列

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

2. 23　逆行列

逆行列は、

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

とすれば、

$$A^{-1} = \{1/(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})\} \begin{vmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{vmatrix}$$

これらの間には、

$AA^{-1} = A^{-1}A = E$

行列の商

$Z = XY^{-1}$

2. 24　微分の基本公式

$(u \pm v)' = u' \pm v'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$(u/v)' = \{u'v - uv'\}/v^2$

$dx/dy = 1/(dy/dx)$

$d^2x/dy^2 = \{-d^2y/dx^2\}/(dy/dx)^3$

$dy(t)/dx(t) = \{dy(t)/dt\}/\{dx(t)/dt\}$

$dy(z)/dx = \{dy(z)/dz(z)\}\{dz(z)/dx\}$

2. 25　初等関数の微分

f(x)	df(x)/dx
x^n	nx^{n-1}
ε^x	ε^x
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$1/x$
$\sin x$	$\cos x = \sin(x + \pi/2)$
$\cos x$	$-\sin x = \cos(x + \pi/2)$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\sin^{-1} x$	$\pm 1/\sqrt{\{1-x^2\}}$
$\cos^{-1} x$	$\mp 1/\sqrt{\{1-x^2\}}$

2. 26　級数

有限級数

$a + (a+d) + (a+2d) + \cdot\cdot + (a + (n-1)d)$

$= (n/2)(2a + (n-1)d)$　：等差級数

$a + ar + ar^2 + \cdot\cdot + ar^{(n-1)}$

$= a(1-r^n)/(1-r)$　$1 \neq r$　：等比級数

$1 + 2 + 3 + \cdot\cdot + n = (n/2)(n+1)$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdot\cdot + n^2 = (n/6)(n+1)(2n+1)$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdot\cdot + n^3 = (n^2/4)(n+1)^2$

2. 27　初等関数の近似表示

$x \ll 1$の場合

マクローリン展開すると、

$f(x) = f(0) + (x/1!)f'(0) + (x^2/2!)f''(0) +$

初等関数の展開($x \ll 1$として)

$(1+x)^n \fallingdotseq 1 + nx + n(n-1)x^2/2! +$

$1/(1+x) \fallingdotseq 1 - x + x^2 -$

$\sqrt{\{1+x\}} \fallingdotseq 1 + x/2 - x^2/8 +$

$1/\sqrt{\{1+x\}} \fallingdotseq 1 - x/2 + 3x^2/8 -$

$\varepsilon^x \fallingdotseq 1 + x + x^2/2! + x^3/3! +$

$\ln(1+x) \fallingdotseq x - x^2/2 + x^3/3 -$

$\sin x \fallingdotseq x - x^3/3! + x^5/5! -$

$\cos x \fallingdotseq 1 - x^2/2! + x^4/4! -$

$\tan x \fallingdotseq x + x^3/3 + 2x^5/15 + 17x^7/315 +$

2. 28　ベクトル量とスカラー量

種々の物理現象は、その大きさだけで表現できる量(例えば長さ、質量、温度など)と、大きさの他に方向や位相などを指定する事が求められる量(例えば力、速度、電界など)がある。

大きさだけで表現できる量をスカラといい、大きさの他に方向を考える必要がある量をベクトルという。大きさの他に位相を論ずる必要がある量には、電圧や電流があり、これらを複素数で論ずる場合には、フェーザ(ベクトル)という。

EMCの基本は電磁場を扱うことであり、電界、磁界はベクトル量であるから、これらの諸量の基本的な扱いは、知識として持っている事が求められる。

2. 29　ベクトル量

ベクトルの表示

$A = iA_x + jA_y + kA_z$

ここで、立体(A, i, j, k)はベクトル量を表す。

i, j, kはそれぞれx, y, z方向の単位ベクトルであり、

A_x, A_y, A_zはそれぞれx, y, z方向の大きさである。

ベクトルの大きさ

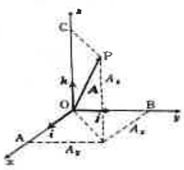
$|A| = \sqrt{\{A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2\}}$

ベクトルの等式

A=B

であれば、

$A_x = B_x$, $A_y = B_y$, $A_z = B_z$



2. 30　ベクトルの加減算

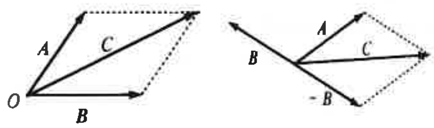
加減算

ベクトルA, Bの加算は、図における対角線Cで表される。

A+B=C

ベクトルA, Bの減算はベクトル－Bとの加算で表される。

A－B=C



2. 31　任意座標のベクトル表示

直角座標

$A = iA_x + jA_y + kA_z$

ただし、i, j, kはx, y, z方向の単位ベクトル

円筒座標

$A = u_r A_r + u_\phi A_\phi + u_z A_z$

ただし、u_r, u_ϕ, u_zは、r, ϕ, z方向の単位ベクトル

球座標

$A = u_r A_r + u_\theta A_\theta + u_\phi A_\phi$

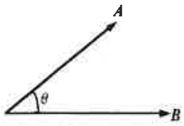
ただし、u_r, u_θ, u_ϕは、r, θ, ϕ方向の単位ベクトル

2. 32 スカラ積

ベクトルA、Bの絶対値の積と、さらにベクトルA、Bの挟む角の余弦を乗じたものをスカラ積または内積という。

$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = |\mathbf{A}|\cdot|\mathbf{B}|\cos\theta$

$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$



単位ベクトルのスカラ積は、

$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 1$

$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{i}\cdot\mathbf{k} = 0$

2. 33 ベクトル積

ベクトルA、Bが作る平行四辺形の面積に等しく、その方向は、ベクトルAとBに直角であって、A、B、A×Bは右手系をなした方向である。これをベクトル積または外積という。

$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \mathbf{i}(A_yB_z - A_zB_y) + \mathbf{j}(A_zB_x - A_xB_z) + \mathbf{k}(A_xB_y - A_yB_x)$

$|\mathbf{A}\times\mathbf{B}| = |\mathbf{A}|\ |\mathbf{B}|\sin\theta$

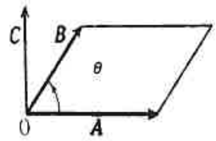
単位ベクトルの演算は、

$\mathbf{i}\times\mathbf{j} = -\mathbf{j}\times\mathbf{i} = \mathbf{k}$

$\mathbf{j}\times\mathbf{k} = -\mathbf{k}\times\mathbf{j} = \mathbf{i}$

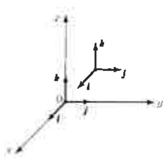
$\mathbf{k}\times\mathbf{i} = -\mathbf{i}\times\mathbf{k} = \mathbf{j}$

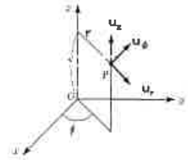
$\mathbf{i}\times\mathbf{i} = \mathbf{j}\times\mathbf{j} = \mathbf{k}\times\mathbf{k} = 0$

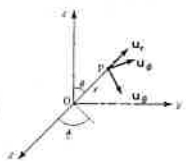


2. 34 座標系

直角座標　　円筒座標　　球座標







2. 35 ベクトル座標軸の変換

直角座標から円筒座標

$$\begin{vmatrix} u_r \\ u_\phi \\ u_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{vmatrix}$$

直角座標から球座標

$$\begin{vmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{vmatrix} \begin{Vmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{Vmatrix}$$

2. 36 ベクトルの直角座標の微分

スカラψの勾配

$\mathrm{grad}\,\psi = \nabla\psi$

$= \mathbf{i}\,\partial\psi/\partial x + \mathbf{j}\,\partial\psi/\partial y + \mathbf{k}\,\partial\psi/\partial z$

$\nabla = \mathbf{i}\,\partial/\partial x + \mathbf{j}\,\partial/\partial y + \mathbf{k}\,\partial/\partial z$

ベクトルAの発散

$\mathrm{div}\mathbf{A} = \nabla\cdot\mathbf{A}$

$= \partial A_x/\partial x + \partial A_y/\partial y + \partial A_z/\partial z$

ベクトルAの回転

$\mathrm{rot}\mathbf{A} = \nabla\times\mathbf{A}$

$= \mathbf{i}(\partial A_z/\partial y - \partial A_y/\partial z)$

$+ \mathbf{j}(\partial A_x/\partial z - \partial A_z/\partial x)$

$+ \mathbf{k}(\partial A_y/\partial x - \partial A_x/\partial y)$

2. 37 ベクトルの円筒座標の微分

円筒座標(ρ、ϕ、z)、 基本ベクトル(u_ρ、u_ϕ、u_z)

スカラψの勾配

$\mathrm{grad}\,\psi = \nabla\psi$

$= u_\rho\,\partial\psi/\partial\rho + u_\phi(1/\rho)\partial\psi/\partial y + u_z\,\partial\psi/\partial z$

ベクトルAの発散

$\mathrm{div}\mathbf{A} = \nabla\cdot\mathbf{A}$

$= (1/\rho)\partial(\rho A_\rho)/\partial\rho + (1/\rho)\partial A_\phi/\partial\phi + \partial A_z/\partial z$

ベクトルAの回転

$\mathrm{rot}\mathbf{A} = \nabla\times\mathbf{A}$

$= u_\rho\{(1/\rho)\partial A_z/\partial\phi - \partial A_\phi/\partial z\}$

$+ u_\phi(\partial A_\rho/\partial z - \partial A_z/\partial\rho)$

$+ u_z(1/\rho)\{\partial(\rho A_\phi)/\partial\rho - \partial A_\rho/\partial\phi\}$

2. 38 ベクトルの極座標の微分

球座標(r、θ、ϕ)、基本ベクトル(u_r、u_θ、u_ϕ)

スカラψの勾配

$\mathrm{grad}\,\psi = \nabla\psi$

$= u_r\,\partial\psi/\partial r + u_\theta(1/r)\partial\psi/\partial\theta + u_\phi(1/r\sin\theta)\partial\psi/\partial\phi$

ベクトルAの発散

$\mathrm{div}\mathbf{A} = \nabla\cdot\mathbf{A}$

$= (1/r^2)\,\partial(r^2A_r)/\partial r + (1/r\sin\theta)\,\partial(A_\theta\sin\theta)/\partial\theta$

$+ (1/r\sin\theta)\,\partial A_\phi/\partial\phi$

ベクトルAの回転

$\mathrm{rot}\mathbf{A} = \nabla\times\mathbf{A}$

$= u_r(1/r\sin\theta)\{\partial(\sin\theta A_\phi)/\partial\theta - \partial A_\theta/\partial\phi\}$

$+ u_\theta(1/r)[(1/\sin\theta)\,\partial A_r/\partial\phi - \partial(rA_\phi)/\partial r]$

$+ u_\phi(1/r)\{\partial(rA_\theta)/\partial r - \partial A_r/\partial\theta\}$

2. 39 ベクトル演算

grad, div, rotに関する関係

$\mathrm{grad}(X\cdot Y) = (Y,\ \nabla)X + (X,\ \nabla)Y + Y\times\mathrm{rot}X + X\times\mathrm{rot}Y$

$\mathrm{div}(X\times Y) = (\mathrm{rot}X)\cdot Y - (\mathrm{rot}Y)\cdot X$

$\mathrm{rot}(X\times Y) = (\mathrm{div})X - (\mathrm{div}X)Y + (Y,\ \nabla)X - (X,\ \nabla)Y$

$\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\,\phi) = 0$

$\mathrm{div}(\mathrm{rot}X) = 0$

$\mathrm{div}(\mathrm{grad}\,\phi\times\mathrm{grad}\,\psi) = 0$

$\mathrm{rot}(\mathrm{rot}X) = \mathrm{grad}(\mathrm{div}X) - \Delta X$